Propuesta metodológica para la actualización de tablas origen-destino

Methodological proposal for updating supply and use tables

Pereira, Xesús[a]*; Quiñoá, Xosé Luís[b]; Fernández, Melchor[c]

[a] *Universidade de Santiago de Compostela, Instituto Universitario de Estudos e Desenvolvemento de Galicia (IDEGA) - Departamento de Economía Cuantitativa. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Avenida do Burgo s/n. 15782, Santiago de Compostela, A Coruña (Spain). e-mail: xesus.pereira@usc.es. Tlf. +34 8818 11708.*

[b] *Universidade de Santiago de Compostela, Departamento de Economía Cuantitativa. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Avenida do Burgo s/n. 15782, Santiago de Compostela, A Coruña (Spain). e-mail: joseluis.quinoa@usc.es. Tlf. +34 8818 11516.*

[c] *Universidade de Santiago de Compostela, Instituto Universitario de Estudos e Desenvolvemento de Galicia (IDEGA) - Departamento de Fundamentos del Análisis Económico. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Avenida do Burgo s/n. 15782, Santiago de Compostela, A Coruña (Spain). e-mail: melchor.fernandez@usc.es. Tlf. +34 8818 11551.*

*Autor para correspondencia.

Resumen

A veces es recomendable emplear las tablas input-output desagregadas en base a la procedencia de sus flujos. Por este motivo, en los procesos de actualización matricial es interesante conservar el grado de especificación inicial.

Como pauta prácticamente universal, para poder aplicar las distintas técnicas de actualización se necesita información acerca de las sumas por filas y columnas de las matrices objeto de ajuste. Es oportuno eludir estos requerimientos. A su vez, también es aconsejable evitar enfoques parciales; las relaciones intersectoriales son importantes pero éstas se encuadran dentro de un conjunto y cualquier componente perteneciente al mismo es susceptible de ser aprovechada para realizar ajustes.

El procedimiento global de reparto de diferencias responde a una formulación de carácter genérico que logra sucesivas estimaciones convergentes para los distintos elementos pertenecientes a las tablas. Su principal objetivo consiste en buscar un vector de producción que contribuya a obtener aceptables aproximaciones y que se cumpla, además, el deseado equilibrio entre la oferta y la demanda.

Por último y con la idea de resaltar las ventajas del procedimiento sugerido, se hace explícito el RAS global aplicado a tablas origen-destino. La manipulación de esquemas rectangulares engloba una dificultad añadida, aunque la forma de proceder es muy similar al caso particular: el representado mediante la tabla simétrica.

Palabras clave: actualización global, desagregación, origen-destino, RAS

Área temática: 1.- Construcción y ajuste de tablas input-output

Abstract

It is sometimes advisable to use the disaggregated input-output tables based on the origin of its flows. For this reason, in the process of matrix updating it is essential to keep their initial level of specification.

As a universal pattern, to implement different updating techniques it is needed information about the sums of rows and columns of the matrices. It is desirable to get out of these constraints. Additionally, it is also advisable to avoid partial approaches. In spite of the fact that intersectoral linkages are important, we should consider that they are framed within a set and any element of it could be used to make adjustments.

The global procedure of differences distribution appears in response to a generic formulation that achieves sequential converging estimations for the different components. Briefly, to summarize, the main goal of this paper is to find a production vector that contributes to obtain satisfactory approaches and also the desired balance between supply and demand.

Finally, with the aim of highlight several opportunities that the suggested procedure has, we explain the global RAS method applied to supply and use tables. Manipulation of rectangular tables includes one added difficulty, but the technique is very similar to the particular case: the one represented by the symmetric table.

Keywords: disaggregation, global update, RAS, supply-use tables

Topic: 1.- Construction and adjustment of input-output

1. Introducción

A veces, por distintos motivos, es recomendable mantener la desagregación inicial de los flujos de las tablas de input-output (TIO). En efecto, una mayor disponibilidad de información contribuye, o debería contribuir, a una mayor capacidad de análisis. El grado de especificación característico en las tablas *survey* es trascendental conservarlo, en la medida de lo posible. Los modelos input-output deberían apoyarse en datos recientes, o por lo menos aproximados. Además, tampoco parece acertado prescindir, ya de entrada, de cierta información mediante previas agregaciones a los ajustes matriciales. Todo ello, adecuadamente integrado, redundará en una mayor credibilidad de los resultados emanados de los modelos utilizados.

Dentro de las TIO hay que distinguir entre representaciones cuadradas y rectangulares. Existe una dificultad añadida en el segundo caso, al menos desde el punto de vista matemático; pero cualquier avance en el tratamiento de matrices de consumos intermedios rectangulares tiene su importancia, incluso para abordar matrices cuadradas dado que se podrían transformar en matrices rectangulares atendiendo a la procedencia de sus elementos.

Beutel (2002) diseñó un método de actualización de tablas origen-destino (TOD) que respecta la desagregación de flujos. Se conoce como el método Euro (ME) y su elaboración supuso una innovación metodológica, ya que para su aplicación no se necesita tanta información como en las técnicas tradicionales, véase Eurostat (2008). Las principales ventajas asociadas a este método son las siguientes[1]: procedimiento de actualización robusto y de bajo coste, requerimientos de información escasos, eliminación de cambios arbitrarios en los coeficientes técnicos, totales de filas y columnas de los consumos intermedios obtenidos a través de la actualización, composición estructural de la demanda final estimada en el proceso iterativo, y consistencia entre la oferta y la demanda. Sin embargo; el uso del ME no sólo presenta ventajas, también posee sus limitaciones. El ME está circunscrito a matrices cuadradas y en algunas ocasiones no es convergente, véase Temurshoev *et al.* (2010). Recientemente y en un contexto parecido en lo que atañe a la disponibilidad de información,

[1] Eurostat (2008) o Muñoz (2010).

Temurshoev y Timmer (2011) proponen el uso del SUT-RAS frente al ME, que es aplicable a matrices rectangulares.

En este artículo se destaca una herramienta alternativa al ME, que además es comparable con él, dado que se asume que se posee la misma información y que se respecta la desagregación de los flujos. La disponibilidad de datos puede mudar de un escenario a otro, de ahí que algunas técnicas de actualización no sean practicables siempre y, en consecuencia, tampoco son comparables en los mismos términos. En relación a la disponibilidad de información, se entiende que se deben diferenciar al menos tres escenarios posibles: información óptima, parcial y escasa. Es más, en este contexto, se admite disponer de pocos datos; incluso se habla de previsiones o provisionalidad.

Para aplicar el RAS simple[2], o sus extensiones, se precisan conocer previamente la suma por filas y la suma por columnas de las matrices objeto de modificaciones, condición que no es obligatoria para la ejecución de la alternativa que aquí se presenta. Se han planteado muchas extensiones del RAS con la meta de perfeccionar dicha técnica. A modo de ejemplo, Gilchrist y St. Louis (1999, 2004) elaboraron el TRAS a partir de una información parcial. Como norma general, siempre se requiere información acerca de las sumas por filas y columnas. Los métodos tradicionales, más sofisticados o más escuetos, siempre toman como principal referencia la matriz objeto de ajuste. Se trata de superar esta visión local que ha condicionado la inmensa mayoría de las técnicas de actualización. Las relaciones intersectoriales tienen su relevancia pero éstas se enmarcan dentro de un marco global y cualquier elemento perteneciente al mismo es susceptible de ser utilizado en los ajustes matriciales. Por lo tanto, el hecho de tener un procedimiento adaptable a TOD, en el que el resultado alcanzado cumpla las restricciones iniciales, es una responsabilidad científica en el entorno de la actualización input-output.

[2] Se opta por la expresión de RAS simple dado que después se reforzará esta técnica para resaltar aún más su verdadero potencial. El RAS es una técnica biproporcional de ajuste matricial, que consiste en multiplicar de forma reiterada los elementos de las filas y las columnas de una matriz base por unos coeficientes correctores. Es un procedimiento que fue propuesto inicialmente por Stone y Brown (1962). Con el paso del tiempo, sus referencias y sus extensiones han sido múltiples. Véase por ejemplo: Bacharach (1970), Allen y Lecomber (1975) o Szyrmer (1989).

En un escenario de información limitada es posible confeccionar un procedimiento de carácter global inspirado en dinámicas de aproximación opuestas, que tienden a la convergencia de las magnitudes obtenidas vía estimación y que verifican las identidades básicas de las TOD. Los ajustes se realizarán de forma sucesiva tanto en las matrices desconocidas como en los vectores desconocidos. Se necesitan lograr estimaciones mediante dos trayectorias condicionadas sobre todo por dos hipótesis de trabajo: la estabilidad de coeficientes técnicos y la estabilidad de coeficientes de especialización. Hay que estimar reiteradamente el vector de demanda intermedia, por estas vías, y de modo colateral los vectores de inputs intermedios y demanda final. A partir de las diferencias resultantes en cada fase, se activará un "efecto rebote" repartiendo parte de dichas diferencias a través de una de las trayectorias de estimación. Así sucesivamente, hasta lograr la deseada convergencia. En la matriz de consumos intermedios, los repartos se harán en función del peso de sus flujos, domésticos e importados, por filas y columnas respectivamente.

En cualquier proceso de actualización de TOD el resultado alcanzado debe respectar el equilibrio contable, de lo contrario las conclusiones derivadas podrían ser desacertadas. En el momento de formalizar los ajustes existen muchas posibilidades pero los tablas *non-survey* no pueden alterar dicho equilibrio. Es importante no descuidar este aspecto. Una forma cómoda de probar la idoneidad de un modelo de demanda (origen-destino) radica en sumar por filas tanto la matriz de producción como la matriz de consumos intermedios y acto seguido comprobar el equilibrado del modelo. Por último, el hecho de conseguir óptimas aproximaciones con escasa demora es un avance valioso, ya que contribuye a un mayor conocimiento de la economía representada a través de las TOD.

2. Notaciones y elementos necesarios para la aplicación del método

En este apartado se destacan los vectores y matrices que integran las TOD, con la correspondiente desagregación de flujos: domésticos e importados. Por supuesto que la valoración de los flujos de ambas tablas tiene que ser compatible. En concreto, se admite que los flujos aparecen a precios básicos.

Para el año base (0) se conocen todos los elementos de las TOD:

U_0^d – matriz de consumos intermedios de procedencia doméstica $(m \times n)$.

U_0^m – matriz de consumos intermedios de procedencia importada $(m \times n)$.

Y_0^d – matriz de demanda final doméstica $(m \times f)$.

Y_0^m – matriz de demanda final importada $(m \times f)$.

V_0' - traspuesta de la matriz de producción $(n \times m)$.

u_0^d – vector de inputs intermedios domésticos $(n \times 1)$.

u_0^m – vector de inputs intermedios importados $(n \times 1)$.

w_0^d – vector de demanda intermedia de productos domésticos $(m \times 1)$.

w_0^m – vector de demanda intermedia de productos importados $(m \times 1)$.

v_0 – vector de los valores añadidos por ramas de actividad $(n \times 1)$.

m_0 – vector de importaciones por productos $(m \times 1)$.

q_0 – vector de producción por productos $(m \times 1)$.

x_0 – vector de producción por ramas de actividad no homogéneas $(n \times 1)$.

En relación al orden de las matrices, m indica el número de productos, *n es* el número de industrias y f es el número de componentes del vector de la demanda final del total de la economía. Habitualmente los productos superan a las ramas de actividad $(m>n)$. Esta circunstancia es esencial en la construcción de modelos rectangulares de demanda bajo la hipótesis de la tecnología de producto, a estos efectos véase Pereira (2006) y Pereira *et al.* (2011).

Al mismo tiempo, para el año (t) que se pretende efectuar la actualización de las TOD se necesitan cuando menos las previsiones de los siguientes datos:

a) v_t – vector de los valores añadidos por ramas de actividad.

Entonces se poseen los datos de las tasas de crecimiento de los valores añadidos por industria:

$$g_j^v = \frac{v_{tj}}{v_{0j}}, \quad j = 1,2,...,n.$$

b) $z_t = Y_t' i$ – vector de los totales de las componentes de la demanda final,

i es el vector de unos e Y_t es una matriz de orden $2m \times n$ que engloba a Y_t^d y a Y_t^m. De modo análogo, se conocen las tasas de crecimiento de los totales de las componentes de la demanda final:

$$g_p^z = \frac{z_{tp}}{z_{0p}}, \quad p = 1,2,..., f.$$

c) $i' m_t$ – total de importaciones por productos.

De forma alternativa, se sabe cuál es la tasa de crecimiento de las importaciones:

$$g^m = \frac{i' m_t}{i' m_0}.$$

Una vez que se han mencionado los datos necesarios para la aplicación de la herramienta, también es oportuno recordar las relaciones contables características en este entorno.

En relación a un año concreto, por ejemplo al año base (0), es obvio que el total de productos tiene que ser igual a la suma de la demanda intermedia y la demanda final:

$$q_0 + m_0 = U_0^d i + U_0^m i + Y_0^d i + Y_0^m i = w_0^d + w_0^m + y_0^d + y_0^m,$$

y además se tiene que $q_0 = V_0 i$.

Desde la otra óptica contable, la producción por industrias se corresponde con la suma de inputs intermedios y primarios:

$$x_0 = U_0^d{}' i + U_0^m{}' i + v_0 = u_0^d + u_0^m + v_0.$$

Sobre la información necesaria para el año que se intentan formalizar los ajustes, la tasa de variación de importaciones puede ser desconocida dado que es posible deducirla a partir de las otras tasas. Los totales de las sumas por filas y por columnas de cualquier matriz tienen que coincidir. En concreto, de la matriz de producción se sabe que el total de la producción (doméstica) puede desagregarse por productos o por industrias, de ahí que la suma de las componentes de los correspondientes vectores sea igual. Analíticamente se denota según se muestra a continuación:

$$\sum_{i=1}^{m} q_i = \sum_{j=1}^{n} x_j \ . \tag{1}$$

De manera análoga, para la matriz de consumos intermedios totales se sabe que

$$\sum_{i=1}^{m} w_i = \sum_{j=1}^{n} u_j \ . \tag{2}$$

Las relaciones contables básicas en su forma más abreviada son las siguientes:

$$q + m = w + z,$$

los recursos (producción e importaciones) son iguales a los empleos (demanda intermedia y demanda final).

$$x = u + v,$$

la producción es igual a la suma de los inputs intermedios y primarios.

Si se suman las componentes de los vectores de la primera relación queda:

$$\sum_{i=1}^{m} q_i + \sum_{i=1}^{m} m_i = \sum_{i=1}^{m} w_i + \sum_{i=1}^{m} z_i \ ,$$

Pero de acuerdo con (1) y (2) se obtiene que

$$\sum_{j=1}^{n} x_j + \sum_{i=1}^{m} m_i = \sum_{j=1}^{n} u_j + \sum_{i=1}^{m} z_i \ . \tag{3}$$

De la segunda relación contable se tiene que

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = \sum_{j=1}^{n} u_j + \sum_{j=1}^{n} v_j \ .$$

Por lo que se puede sustituir directamente en (3)

$$\sum_{j=1}^{n} u_j + \sum_{j=1}^{n} v_j + \sum_{i=1}^{m} m_i = \sum_{j=1}^{n} u_j + \sum_{i=1}^{m} z_i \ ,$$

y una vez efectuada la pertinente simplificación resulta que

$$\sum_{j=1}^{n} v_j + \sum_{i=1}^{m} m_i = \sum_{i=1}^{m} z_i \ .$$

En definitiva,

$$i'm = \sum_{i=1}^{m} m_i = \sum_{i=1}^{m} z_i - \sum_{j=1}^{n} v_j \ .$$

En general, conviene quedarse con la idea de que es posible realizar el ajuste matricial y vectorial con pocos datos (o previsiones), incluso sin tener información acerca de las importaciones y la producción.

Finalmente, es ineludible traer a colación la construcción de coeficientes en el entorno origen-destino. Atendiendo a la definición de los coeficientes de especialización es conocido que: $C = V\hat{x}^{-1}$. Por otro lado, los coeficientes técnicos domésticos e importados (no homogéneos) se obtienen cómo se indica de seguido: $B^d = U^d \hat{x}^{-1}$ y $B^m = U^m \hat{x}^{-1}$.

3. Actualización global de tablas origen-destino

En determinados casos es oportuno mantener, después de los ajustes, la desagregación de flujos de las TOD. Ese mayor detalle es crucial conservarlo para estudios posteriores. Siempre se trata de alcanzar una mayor capacidad de acción de la metodología input-output.

Es posible elaborar procedimientos de carácter global en aquellos escenarios en los cuales se desee mantener la desagregación inicial. A estos efectos, los ajustes realizados sobre las matrices U^d y U^m pueden hacerse de forma separada o conjunta. Con vistas a pretender una fácil asimilación, y a su vez para evitar el uso de una simbología enrevesada, se opta por la segunda alternativa. Por comodidad, se simplifican las notaciones introducidas al principio, sin que este hecho implique pérdida alguna de la propia descripción de las TOD desagregadas.

Es conveniente recordar que la matriz de consumos intermedios, U, engloba a dos matrices, U^d y U^m; y que la matriz de demanda final, *Y*, engloba a Y^d e Y^m. Es decir, $U \in \mathrm{M}_{2m \times n}(\Re^+)$ e $Y \in \mathrm{M}_{2m \times f}(\Re^+)$.

El vector de empleos (de la tabla de destino), *e*, está compuesto por *q* y *m.* Lo mismo sucede para el vector de demanda intermedia, *w*, está formado por w^d y w^m. Entonces son vectores de *2m* componentes. Sus visualizaciones matriciales son $\begin{pmatrix} q \\ m \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} w^d \\ w^m \end{pmatrix}$, respectivamente. Los consumos intermedios resultan de la siguiente suma: $u = u^d + u^m$.

Una vez hechas estas matizaciones previas, se entra en la exposición del procedimiento. De entrada, se estima la matriz consumos intermedios asumiendo la estabilidad de las columnas de la tabla de destino. Se trata de rectificar la matriz inicial, U_0, atendiendo al conocido (o previsto) vector de tasas de crecimiento de los valores añadidos, g^v. O sea, el vector de valores añadidos es el punto de partida.

$$U^{(1)}=U_0\,\hat{g}^v.$$

Por lo que se consigue una primera estimación del vector de la demanda intermedia mediante la trayectoria S: $w^{S(1)}=U^{(1)}i$.

En base a la hipótesis de que elementos de cada columna varían de forma proporcional, igualmente se logra una estimación del vector de producción por ramas de actividad:

$$x^{(1)} = \hat{x}_0 \hat{g}^{\,v} i\,.$$

A partir de esta última estimación se sigue la misma trayectoria –que en lo sucesivo se aludirá por R– a efectos de lograr otro vector de demanda intermedia, $w^{R(1)}$. En base a la hipótesis de la estabilidad de los coeficientes de especialización, se puede estimar una nueva traspuesta de la matriz de producción[3]:

$$V'^{(1)} = (\hat{x}_0)^{-1} \hat{x}^{(1)} V_0'\,.$$

Sumando los elementos de la matriz de producción se obtiene la estimación de la producción por productos: $q^{(1)}=V^{(1)}i$.

Además, se necesita un vector de importaciones, m_t, que en vistas de los datos disponibles se consigue en base a un simple reparto proporcional[4]:

$$m_t = g^m m_0.$$

En principio m_t permanecerá fija en las siguientes fases, aunque no tendría que ser necesariamente de este modo. No ocurrirá lo mismo con la producción por productos. Entonces, se tiene que la primera aproximación de los empleos del nuevo año es: $e^{(1)}=\begin{pmatrix} q^{(1)} \\ m_t \end{pmatrix}$.

Después, con esta aproximación y centrándose otra vez en la tabla de destino (desagregada) es posible estimar la matriz de demanda final, $Y^{(1)}$. Se realiza un doble ajuste, por filas y columnas, para garantizar la suma por columnas: la tasa de las componentes de los totales de la demanda final, g^z. Podría introducirse una variante en este paso si se posee más información acerca de la demanda final, dado que en general las tasas desagregadas por productos no presentan un comportamiento similar. Aquí, ya se resalta el vector de demanda final estimado:

---

[3] Se podría evitar la traspuesta de la matriz de producción, pero se mantiene, en determinados casos, para favorecer las comparaciones con el método euro.

[4] En el supuesto caso de que existiese, o se pudiese establecer, algún tipo de relación entre la producción y las importaciones por productos sería factible optimizar esta última estimación. A este respecto, St. Louis (1989) en la

$$y^{R(1)} = Y^{(1)}i = [(\hat{e}^{(1)}(\hat{e}_0)^{-1}Y_0)\hat{g}^z]i\,.$$

A continuación se alcanza una estimación de la demanda intermedia mediante esta trayectoria: $w^{R(1)} = e^{(1)} - y^{R(1)}$.

En general, $w^{S(1)}$ y $w^{R(1)}$ no son coincidentes. Surgen sobrevaloraciones e infravaloraciones que se compensan entre sí. De tal forma que se tiene la siguiente diferencia[5]:

$$d_w^{(1)} = w^{R(1)} - w^{S(1)},\ \text{y se verifica que} \sum_{i=1}^{m} d_{wi}^{(1)} = 0 \ \text{dado que} \sum_{i=1}^{m} w_i^{R(1)} = \sum_{i=1}^{m} w_i^{S(1)}.$$

El razonamiento de fondo consiste en admitir que el desfase es motivado por las dos trayectorias estimativas, R y S, y se trata de ir rectificando paralelamente las matrices de consumos intermedios y demanda final (de flujos domésticos e importados).

Se modifica por filas la matriz de consumos intermedios lograda en última estancia, $U^{(1)}$, en función del peso de sus consumos intermedios dentro del total por filas y de acuerdo con el criterio señalado, asignando en esta corrección una porción de las diferencias[6]:

$$U^{(2)} = U^{(1)} + P_f \hat{d}_w^{(1)} \hat{w}^{R(1)} U^{(1)} \tag{4}$$

$P_f \in [0,1]$, es un escalar que indica el peso relativo considerado en el reparto por filas de las diferencias, se entiende a través de la matriz de consumos intermedios. El coeficiente escogido es constante, $c_i = P_f$, $i = 1,2,...,m$. De ahí que

$$\sum_{i=1}^{m} P_f d_{wi}^{(1)} = P_f \sum_{i=1}^{m} d_{wi}^{(1)} = 0.$$

actualización de TOD establece una relación entre las importaciones y los usos locales de los productos, excluye las exportaciones.

[5] Las componentes de este vector pueden ser positivas o negativas pero la suma de las mismas debe ser igual a cero, para mantenerse el equilibrio del sistema económico. Siempre tienen que compensarse las componentes resultantes, en esta etapa y en las sucesivas.

[6] Las correcciones asociadas a los distintos métodos de ajuste pueden ser aditivas o multiplicativas. Aunque en otro contexto, Tarancón (2003) explica los efectos resultantes al optar por una vía u otra. Merece una especial atención la presencia de ceros en la matriz inicial.

Los escalares que multiplican a estas diferencias conducen a distintas aproximaciones de vectores de demanda intermedia (en función de los valores asignados) pero estos vectores deben cumplir siempre la relación (2). No deja de ser una fuerte simplificación, también es posible multiplicar cada componente del vector diferencia por un escalar distinto, c_i; eso sí, tiene que cumplirse la siguiente restricción:

$$\sum_{i=1}^{m} c_i d_{wi}^{(1)} = 0 ,$$

ya que no se puede alterar el equilibrio del sistema. El escalar $c_i d_{wi}^{(1)}$ es el parámetro influyente en los elementos de la fila *i* en esta fase. En relación a este aspecto, es ilustrativa la exposición que hacen Callealta y López (2005) acerca de la propuesta de modificación del RAS realizada por Bachem y Korte (1979). Si se dispone de información adicional acerca del comportamiento del empleo por productos (o por sectores) en el transcurso del intervalo de tiempo se podría evitar la simplificación indicada. En ese hipotético caso, el proceso sería más laborioso pero los resultados deberían de ser mejores.

Ahora, centrándose en el vector de inputs intermedios, las dos últimas estimaciones son $u^{S(1)} = U'^{(1)}i$ y $u^{R(1)} = U'^{(2)}i$, que en general tampoco coinciden. En base a la estructura de las tablas de destino y las hipótesis de trabajo, cabe suponer que se aproximan más que en la fase anterior. De igual forma, se puede definir una diferencia entre dichos vectores:

$$d_u^{(1)} = u^{S(1)} - u^{R(1)} .$$

Además, se verifica que $\sum_{j=1}^{n} d_{uj}^{(1)} = 0$ ya que $\sum_{j=1}^{n} u_j^{S(1)} = \sum_{j=1}^{n} u_j^{R(1)}$.

Dentro de este proceso de ajuste global tiene lugar otra rectificación hacia atrás para modificar una vez más la matriz de consumos intermedios. Así, de forma análoga a la corrección efectuada por filas, se tiene que

$$U^{(2c)} = U^{(2)} + P_c\, U^{(2)} \hat{u}^{R(1)} \hat{d}_u^{(1)} . \qquad (5)$$

P_c es el peso relativo que afecta a la distribución de las diferencias por columnas.

En base a esta trayectoria se logra una nueva estimación de los inputs intermedios, $u^{R(1c)}=U'^{(2c)}i$, que a partir de la cual se consigue una nueva producción por industrias $x^{(2)}=v_t+u^{R(1c)}$.

Queda aún pendiente la rectificación de la demanda final de acuerdo con la trayectoria S. Dentro de la idea de "doble rectificación" se obtiene un vector estimado de la demanda final, $y^{S(1)}$, como diferencia entre los empleos estimados, $e^{(1)}$, y el vector intermedio entre $w^{R(1)}$ y $w^{S(1)}$. O sea que

$$y^{S(1)}=e^{(1)}-(w^{R(1)}+P_f d_w{}^{(1)}).$$

De ese modo, se tiene la matriz de demanda final (nuevamente corregida):

$$Y^{(1c)}=[\hat{y}^{S(1)}(\hat{y}^{R(1)})^{-1}Y^{(1)}]\hat{z}_t(\hat{z}^{(1c)})^{-1},$$

en donde $z^{(1c)} = [\,\hat{y}^{S(1)}(\hat{y}^{R(1)})^{-1}Y^{(1)}\,]'i$.

Ahora se inicia otra vez el recorrido a través de la tabla de origen estimando la traspuesta de la matriz de producción:

$$V'^{(2)}=(\hat{x}^{(1)})^{-1}\hat{x}^{(2)}V'^{(1)}.$$

De tal forma que se obtiene un nuevo vector de producción por productos: $q^{(2)}=V^{(2)}i$.

Según se ha visto en la anterior etapa, es relativamente fácil intuir que

$$y^{R(2)}=Y^{(2)}i=[(\hat{e}^{(2)}(\hat{e}^{(1)})^{-1}Y^{(1c)})\hat{z}_t(\hat{z}^{(1cc)})^{-1}]i,$$

en donde $z^{(1cc)} = [\hat{e}^{(2)}(\hat{e}^{(1)})^{-1}Y^{(1c)}]'i$. Así que $w^{R(2)} = e^{(2)} - y^{R(2)}$.

La última estimación de la demanda intermedia era $w^{S(2)}=U^{(2c)}i$. Estos dos vectores se aproximan más a medida que aumenten las iteraciones. Es normal que los ajustes no se consideren válidos de momento. Una vez más aparece la correspondiente diferencia:

$$d_w^{(2)}=w^{R(2)}-w^{S(2)}.$$

Entonces, surge otra matriz de consumos intermedios:

$$U^{(3)} = U^{(2c)}+ P_f\, \hat{d}_w^{(2)}\hat{w}^{R(2)}U^{(2c)}.$$

De forma análoga, se sabe que las dos últimas estimaciones son: $u^{S(2)} =U'^{(2c)}i$ y $u^{R(2)}=U'^{(3)}i$. A continuación aparece otra diferencia entre vectores:

$$d_u^{(2)} =u^{S(2)}- u^{R(2)}.$$

A partir de aquí aparece otro “efecto rebote” hacia atrás para corregir por columnas la matriz de consumos intermedios:

$$U^{(3c)} = U^{(3)} + P_c\, U^{(3)}\hat{u}^{R(2)}\hat{d}_u^{(2)}.$$

De forma sistemática, se ve que $u^{R(2c)}=U'^{(3c)}i$, para indicar de inmediato que $x^{(3)}=v_t + u^{R(2c)}$.

En base a los desarrollos anteriores, se pueden ver fácilmente las expresiones genéricas de las estimaciones de la demanda intermedia e inputs intermedios según las dinámicas consideradas. La clave del proceso radica en ir descubriendo vectores de producción, por productos e industrias, que sean compatibles con las aproximaciones dadas para las restantes componentes de las TOD; y que verifiquen también el equilibrio global.

Una vez que se ha obtenido una estimación de $x^{(n)}=v_t+u^{R((n-1)c)}$, se hace el recorrido a través de la tabla de origen estimando

$$V'^{(n)}=(\hat{x}^{(n-1)})^{-1}\hat{x}^{(n)}V'^{(n-1)}.$$

De tal forma que se alcanza un nuevo vector de producción por productos: $q^{(n)}=V^{(n)}i$. A partir de ahí, se tiene que

$$y^{R(n)} = Y^{(n)}i = [(\hat{e}^{(n)}(\hat{e}^{(n-1)})^{-1}Y^{((n-1)c)})\hat{z}_t(\hat{z}^{((n-1)cc)})^{-1}]i\,,$$

en donde $z^{((n-1)cc)} = [\hat{e}^{(n)}(\hat{e}^{(n-1)})^{-1}Y^{((n-1)c)}]'i$. Por lo tanto, se tiene que $w^{R(n)} = e^{(n)} - y^{R(n)}$.

La última estimación de la demanda intermedia era $w^{S(n)} = U^{(nc)}i$. Ahora la diferencia $d_w^{(n)} = w^{R(n)} - w^{S(n)}$ es usada para obtener una nueva estimación de la matriz de consumos intermedios:

$$U^{(n+1)} = U^{(nc)} + P_f\,\hat{d}_w^{(n)}\hat{w}^{R(n)}U^{(nc)}\,. \tag{6}$$

Las dos últimas estimaciones de los inputs intermedios son: $u^{S(n)} = U'^{(nc)}i$ y $u^{R(n)} = U'^{(n+1)}i$. La diferencia entre las mismas es $d_u^{(n)} = u^{S(n)} - u^{R(n)}$.

Entonces, aparece otra rectificación hacia atrás para corregir las columnas de la matriz de consumos intermedios:

$$U^{((n+1)c)} = U^{(n+1)} + P_c\,U^{(n+1)}\hat{u}^{R(n)}\hat{d}_u^{(n)}\,. \tag{7}$$

Mediante esta trayectoria aparece otra estimación de los inputs intermedios, $u^{R(nc)} = U'^{(n+1c)}i$, para hallar a continuación el vector $x^{(n+1)}$.

Como apunte final, indicar que el proceso concluye cuando se observa que las diferencias entre estimaciones de demanda intermedia e inputs intermedios tienden a cero.

4. Del RAS simple al RAS global

El método RAS ha sido una de las herramientas más explotadas para efectuar ajustes matriciales, tanto en relación a matrices cuadradas como en relación a matrices rectangulares. Sin embargo existen muchas otras técnicas que han crecido constantemente en número. De forma reciente y a modo de ejemplo, Cabrer *et al.* (2007) hacen una revisión de las técnicas más utilizadas, Lahr y Mesnard (2004) también consideran varias herramientas; y Jackson y Murray (2004) trabajan con programas de optimización en donde se minimizan distintas distancias.

El procedimiento global de actualización de matrices se corresponde con el RAS, en donde las restricciones son de carácter variable y las mismas pueden coincidir con las medias aritméticas de las estimaciones de las sumas por filas y columnas. Es decir, el RAS está implícito dentro del método de reparto de diferencias. Aunque la formulación presentada es más genérica, con el reparto a razón de la mitad se asimila sin problema la dinámica del proceso en cuestión. Si existiese información complementaria que asegurara una mayor estabilidad por filas o por columnas, u otras hipótesis, se podrían variar el coeficiente de reparto. Dado que los cambios en las estructuras productivas se consideran mínimos y cómo se disponen de los datos de los años anteriores es posible indagar con bastante precisión los pesos relativos más característicos de cada economía o de cada sector, tan sólo habría que contrastar las estimaciones con los datos reales. Según se varíe el valor así variarán las estimaciones, pero la convergencia va a ser más acelerada en un caso que en otro[7].

También se podrían utilizar otras formas de reparto de errores para formalizar los ajustes matriciales. Así, pueden ser apropiadas las distintas variantes del RAS, que se representan en muchas ocasiones mediante programas de optimización.

Antes de avanzar en la exposición, parece oportuno recordar que la primera etapa del RAS simple se puede expresar de un modo alternativo al habitual[8]. Dentro de la dinámica expuesta surgían distintas fases, entre ellas se puede rescatar la expresión (4) y asignarle a P_f el valor 0.5. Por lo tanto, el elemento característico de $U^{(2)}$ es el siguiente :

[7] Evidentemente que es de importancia práctica la convergencia de los algoritmos, dado que una secuencia no convergente no es de utilidad. Tampoco es lo mismo alcanzar una solución con un número reducido de iteraciones, que tener que efectuar un cálculo extenso y laborioso que precise un elevado número de iteraciones. En todo caso, lo verdaderamente importante es obtener óptimas estimaciones.

[8] La correspondiente rectificación sobre la matriz de consumos intermedios (TS) se expresa matricialmente en base a: $X^{(1)} = RX_0$, en donde $R = (\hat{w}_t)(\hat{w}_0)^{-1}$. Por lo tanto el elemento genérico de esta primera estimación se puede escribir alternativamente por:

$$x_{ij}^{(1)} = x_{ij}(0) + x_{ij}(0)\frac{w_t - w_0}{w_0}, \quad i, j = 1,2,\ldots,n,$$

obsérvese que una vez simplificada esta expresión ya se obtiene que

$$x_{ij}^{(1)} = x_{ij}(0)\frac{w_t}{w_0}, \quad i, j = 1,2,\ldots,n.$$

$$x_{ij}^{(2)} = x_{ij}^{(1)} + 0.5x_{ij}^{(1)} \frac{w_i^{R(1)} - w_i^{S(1)}}{w_i^{S(1)}}, \quad i = 1,2,...,2m, \quad j = 1,2,...,n.$$

A partir de aquí, si se realizan operaciones se puede hallar una expresión alternativa:

$$x_{ij}^{(2)} = \frac{x_{ij}^{(1)} w_i^{S(1)} + 0.5x_{ij}^{(1)} w_i^{R(1)} - 0.5x_{ij}^{(1)} w_i^{S(1)}}{w_i^{S(1)}} = 0.5 \frac{x_{ij}^{(1)} w_i^{S(1)} + x_{ij}^{(1)} w_i^{R(1)}}{w_i^{S(1)}}.$$

Ahora bien, con vistas a una mejor interpretación y a efectos de ver la equivalencia con el RAS, también se puede presentar de modo más compacto:

$$x_{ij}^{(2)} = x_{ij}^{(1)} \frac{\overline{w}_i^{(1)}}{w_i^{S(1)}}, \quad i = 1,2,...,2m, \quad j = 1,2,...,n.$$

En donde $\overline{w}_i^{(1)} = \dfrac{w_i^{R(1)} + w_i^{S(1)}}{2}$ es la media aritmética de las estimaciones de las componentes del vector de demanda intermedia en base a las dos trayectorias estimativas. Dado que no coinciden las componentes de estos vectores se selecciona una magnitud intermedia, que surge del reparto escogido previamente. Al avanzar en el proceso, se observa como las estimaciones ya se van aproximando: $w_i^{R(n)} \approx w_i^{S(n)}$.

La matriz que se pretende estimar se puede reescribir de las siguientes formas:

$$U^{(2)} = \frac{1}{2}\left(\hat{w}^{R(1)} + \hat{w}^{S(1)}\right)\left(\hat{w}^{S(1)}\right)^{-1} U^{(1)} = \hat{\overline{w}}^{(1)}\left(\hat{w}^{S(1)}\right)^{-1} U^{(1)}.$$

Esta última expresión facilita la comprensión del procedimiento explicado en el apartado anterior. Si se varía el coeficiente de reparto variará el vector intermedio. No es necesario que coincida con la media aritmética pero la suma de sus componentes tiene que ser igual en todos los casos, independientemente del valor del coeficiente.

El desconocimiento de la suma por filas de la matriz de consumos intermedios se consideró, en muchas ocasiones, un obstáculo insuperable para la aplicación del RAS y sus variantes. Aquí se pone de manifiesto que dicha dificultad es relativa.

De manera análoga, si se considera la expresión (5) el elemento característico de $U^{(2c)}$ es del siguiente modo:

$$x_{ij}^{(2c)} = x_{ij}^{(2)} + 0.5x_{ij}^{(2)} \frac{u_j^{S(1)} - u_j^{R(1)}}{u_j^{R(1)}}, \quad i = 1,2,...,2m, \quad j = 1,2,...,n.$$

que, al realizar operaciones, se puede indicar una fórmula alternativa para el mismo

$$x_{ij}^{(2c)} = \frac{x_{ij}^{(2)}u_j^{R(1)} + 0.5x_{ij}^{(2)}u_j^{S(1)} - 0.5x_{ij}^{(2)}u_j^{R(1)}}{u_j^{R(1)}} = 0.5\frac{x_{ij}^{(2)}u_j^{R(1)} + x_{ij}^{(2)}u_j^{S(1)}}{u_j^{R(1)}}$$

o, si se quiere:

$$x_{ij}^{(2c)} = x_{ij}^{(2)} \frac{\overline{u}_j^{(1)}}{u_j^{R(1)}}, \quad i = 1,2,...,2m, \quad j = 1,2,...,n.$$

En donde $\overline{u}_j^{(1)} = \frac{u_j^{S(1)} + u_j^{R(1)}}{2}$ es el valor medio de las estimaciones de consumos intermedios por industria, obtenidas en base a las dos trayectorias señaladas. A media que aumenten las iteraciones, estas estimaciones también se irán acercando, es decir, $u_j^{S(n)} \approx u_j^{R(n)}$.

Por lo tanto, $U^{(2c)}$ se puede reescribir de las siguientes formas:

$$U^{(2c)} = \frac{1}{2}U^{(2)}\left(\hat{u}^{R(1)}\right)^{-1}\left(\hat{u}^{S(1)} + \hat{u}^{R(1)}\right) = U^{(2)}\left(\hat{u}^{R(1)}\right)^{-1}\hat{\overline{u}}^{(1)}.$$

Las fórmulas genéricas, (6) y (7), también se podrían adaptar, pero no se considera necesario dado que se cree que se ha especificado ya la integración del RAS simple, o básico, dentro de la dinámica de carácter global[9].

[9] La expresión "RAS global" puede ser apropiada para identificar la dinámica expuesta. No siempre es fácil acertar con la terminología adecuada. En este caso, hay que reconocer que el RAS ha sido muy explotado y se han realizado numerosas extensiones; a modo de ejemplo se tiene: RAS ampliado de Allen y Lecomber (1975), RAS ampliado de Hitz y Schmid (1978), RAS con funciones cuadráticas de Bachem y Korte (1979) o RAS con funciones cuadráticas de Morrison y Thumann (1980).

5. Un ejemplo ilustrativo

En este apartado, mediante un ejemplo, se intenta subrayar la utilidad del procedimiento global de actualización matricial. Con ese fin, se imagina una supuesta economía. Para la ocasión, las TOD aparecen condensadas al máximo, aunque las matrices consideradas son rectangulares para mostrar de esa forma toda la generalización posible. Los flujos aparecen desagregados en base a su procedencia y también se podría acudir a cualquier otra especificación característica en el entorno input-output, a pesar de que aquí no se trate.

Para comprender el verdadero alcance de esta técnica sería necesario realizar su correspondiente programación informática, es decir, sería conveniente expresar este algoritmo de escala en base a un algoritmo de optimización. Pero existe una dificultad tácita ya que para ejecución de este método las restricciones del programa de optimización asociado varían constantemente. En los métodos cotidianos de ajuste parcial no existe este problema dado que las restricciones permanecen fijas en cada fase y por lo tanto es más realizable el desarrollo computacional.

Se considera una economía representada en las siguientes tablas[10]:

Tabla 1. Tabla de origen del año base

TO	s.1	s.2	s.3	q	m
p.1	11	5	1	17	4
p.2	4	8	1	13	2
p.3	2	9,5	5	16,5	5
p.4	3	0	20	23	8
x	20	22,5	27		19

Fuente: Elaboración propia

[10] Se entiende que los flujos de estas tablas responden a una valoración homogénea de precios.

Tabla 2. Tabla de destino desagregada del año base

TD	s.1	s.2	s.3	w	y	e
p.1	3	2	7	12	5	17
p.2	0,8	3	5	8,8	4,2	13
p.3	4	1,5	3,5	9	7,5	16,5
p.4	5	4	2	11	12	23
m.1	1	0,5	0,9	2,4	1,6	4
m.2	0,2	0,5	0,1	0,8	1,2	2
m.3	0,6	0,4	0,5	1,5	3,5	5
m.4	1,4	0,6	2	4	4	8
u	16	12,5	21		39	
v	4	10	6			
x	20	22,5	27			

Fuente: Elaboración propia

En un contexto de poca información para el cual se pretenden actualizar las TOD, se admite conocer las tasas de variación brutas de los inputs primarios por industrias (1.025, 1.02 y 0.975) y de las importaciones (1.0526). Se puede ver como las variaciones en estas magnitudes vectoriales (correspondientes a dichas tasas) son mínimas, que en realidad ya debe ser una exigencia dentro del ámbito de actualización de matrices.

Aplicando el procedimiento global se obtiene la tabla de destino actualizada[11]:

[11] La tabla de origen actualizada se omite ya que se considera de carácter secundario. Tan sólo se han realizado cuatro ajustes por filas y tres por columnas.

Tabla 3. Tabla de destino *non-survey*

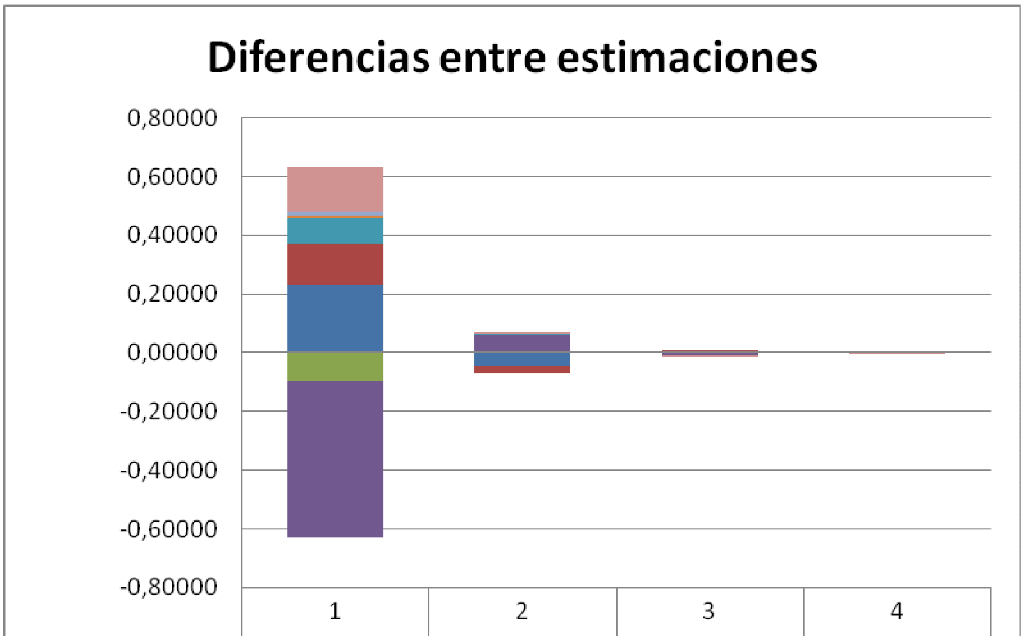
TD	s.1	s.2	s.3	w	y	e
p.1	3,095	2,054	6,894	12,043	5,259	17,302
p.2	0,824	3,077	4,918	8,819	4,389	13,207
p.3	4,073	1,520	3,402	8,995	7,615	16,610
p.4	5,006	3,986	1,912	10,904	11,752	22,655
m.1	1,042	0,519	0,896	2,457	1,754	4,211
m.2	0,206	0,513	0,098	0,818	1,288	2,105
m.3	0,617	0,409	0,491	1,517	3,746	5,263
m.4	1,460	0,623	1,991	4,073	4,348	8,421
u	16,323	12,701	20,601			
v	4,100	10,200	5,850			
x	20,423	22,901	26,451			

Fuente: Elaboración propia

A medida que se avanza en el proceso iterativo las estimaciones son prácticamente coincidentes. En el momento que se admite que la aproximación es aceptable, el último reparto se hará sobre la estimación dada por la trayectoria R. De no ser así, no siempre se logra el equilibrio de forma plena.

Los repartos de las diferencias pueden ser diversos, pero con resultados parecidos. Inicialmente, se realizan todas las distribuciones de diferencias a la mitad. No se trata de describir cada fase del procedimiento pero parece oportuno visualizar la convergencia de las distintas estimaciones, con lo cual se ve la tendencia marcada por cada etapa. A continuación se puede comprobar cómo se comporta el ajuste de la demanda intermedia.

Gráfica 1. Diferencias entre las estimaciones de las componentes de la demanda intermedia (P_c=P_f=0.5)



	1	2	3	4
P.4 importado	0,14981	0,00087	-0,00014	-0,00002
P.3 importado	0,01270	0,00224	-0,00031	0,00001
P.2 importado	0,01049	0,00145	-0,00019	0,00001
P.1 importado	0,08833	0,00134	-0,00019	0,00001
P.4doméstico	-0,53649	0,06012	-0,00798	0,00019
P.3 doméstico	-0,09405	0,00216	-0,00054	0,00004
P.2 doméstico	0,13937	-0,02466	0,00326	-0,00011
P.1 doméstico	0,22984	-0,04352	0,00608	-0,00013

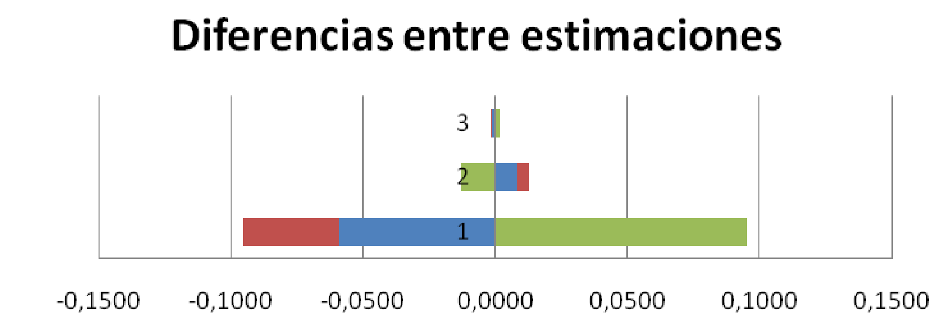
Fuente: Elaboración propia

La suma de las diferencias, en cada fase, es igual a cero dado que se compensan las componentes negativas con las positivas[12]. La distancia entre los vectores mediante las dos trayectorias estimativas también tiende a cero, que es una trascendental característica para significar la efectiva utilidad del método propuesto.

A continuación se ve el comportamiento de las estimaciones correspondientes a los inputs intermedios.

[12] Se acompañan los valores numéricos para ver mejor lo afirmado.

Gráfica 2. Diferencias entre las estimaciones de las componentes del vector de inputs intermedios (P_c=P_f=0.5)



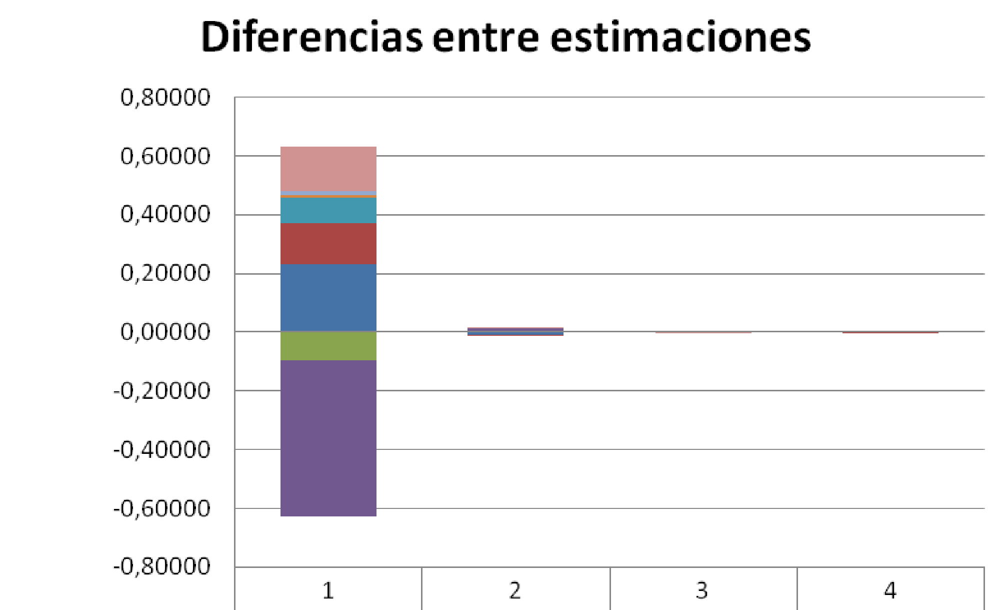
	1	2	3
R.1	-0,0589	0,0086	-0,0012
R.2	-0,0363	0,0041	-0,0005
R.3	0,0951	-0,0127	0,0017

Fuente: Elaboración propia

Los valores de las componentes de la primera diferencia son bastante inferiores a los resaltados anteriormente, lo cual no debe parecer anormal ya que se ha efectuado antes un ajuste por filas. Una vez más, se ve claramente la convergencia de los vectores estimados hacia el vector nulo.

Técnicamente es factible realizar otros repartos, al margen de su oportunismo en términos de coherencia económica. Lo cierto es que, por lo menos, no existe un atranco de carácter matemático en la exploración de posibles alternativas. A modo de ejemplo, se elige otra distribución con vistas a descubrir si la convergencia es más o menos acusada. En concreto y forzando la correspondiente ponderación, se le asigna un valor distinto al coeficente por filas, P_f=0.1, y se mantiene constante el otro coeficiente. Acto seguido, se observan las gráficas resultantes (en base al proceso alternativo de actualización):

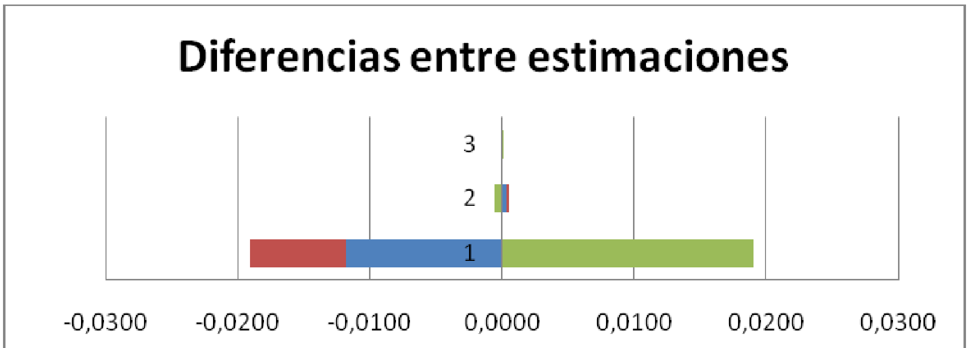
Gráfica 3. Diferencias entre las estimaciones de las componentes de la demanda intermedia (P_f=*0.1*)



	1	2	3	4
P.4 importado	0,149812	0,000149	-0,000005	0,000000
P.3 importado	0,012698	0,000422	-0,000012	0,000000
P.2 importado	0,010491	0,000281	-0,000007	0,000000
P.1 importado	0,088330	0,000255	-0,000007	0,000000
P.4doméstico	-0,536491	0,012133	-0,000323	0,000002
P.3 doméstico	-0,094054	0,000368	-0,000020	0,000000
P.2 doméstico	0,139373	-0,004932	0,000131	-0,000001
P.1 doméstico	0,22984	-0,00868	0,00024	0,00000

Fuente: Elaboración propia

Gráfica 4. Diferencias entre las estimaciones de las componentes de los consumos intermedios (P_f=*0.1*)



	1	2	3
R.1	-0,0118	0,0003	0,0000
R.2	-0,0073	0,0002	0,0000
R.3	0,0190	-0,0005	0,0000

Fuente: Elaboración propia

En definitiva, con este nuevo reparto la convergencia también se garantiza y además de una forma más enfatizada. Es más, no sería necesario acudir a tantas fases iterativas ya que los resultados respectan el equilibrio en los primeros ajustes; ahora bien, quedaría por esclarecer qué coeficientes son los más idóneos. No se acompañan las TOD estimadas pero se obtienen unos resultados muy parecidos. Se entiende que si se disfruta de información adicional la búsqueda del reparto óptimo es más fácil.

6. Conclusiones

En general, los procedimientos de actualización de TOD requieren un conocimiento previo y exacto de ciertas magnitudes. El comportamiento –aproximado o real– de los valores añadidos, de los totales de las componentes de la demanda final y de las importaciones se considera indispensable para la aplicación de métodos globales, aunque la tasa de variación de importaciones puede ser desconocida ya que se puede deducir a partir de las restantes tasas.

Es aconsejable respectar la desagregación de flujos de las TOD, es decir, hay que eludir en la medida de lo posible simplificaciones innecesarias. En el ámbito de la elaboración de TOD *non-survey,* es substancial conservar la estructura inicial para análisis posteriores. El procedimiento global de reparto de diferencias es viable en el contexto señalado, se entiende que se alcanza así un avance significativo dado que se consigue una mayor capacidad de actuación.

El desconocimiento de la suma por filas de la matriz de consumos intermedios ha sido considerado durante mucho tiempo un obstáculo insuperable para la aplicación del RAS y otras técnicas de índole biproporcional. A partir de ciertas previsiones, o de algunos datos concretos, es factible lograr aproximaciones que contribuyen a un conocimiento más exacto de la realidad económica representada mediante las TOD. Es decir, el mencionado obstáculo puede superarse a través de dinámicas globales.

La técnica mostrada corrige TOD con escasa información y poca tardanza, este hecho implica que pueda ser utilizada como un mecanismo de contraste por los institutos oficiales de estadística. Incluso, es susceptible de ser empleado para detectar errores en los procesos de elaboración e interpretación de TIO.

En futuras investigaciones se propone expresar el método iterativo global a través de matrices de coeficientes correctores que se correspondan con productos infinitos de matrices con vistas a justificar la convergencia del procedimiento, y comprobar la relación del radio espectral de dichas matrices con el número de iteraciones efectuadas en la actualización.

Agradecimientos

Xesús Pereira agradece la ayuda financiera de la Xunta de Galicia, a través del proyecto PGIDIT 10TUR242004PR. A su vez, los autores también hacen explícito el reconocimiento a los demás miembros del Grupo de Análisis y Modelización Económica (GAME) por todos los comentarios aportados a este artículo.

Referencias bibliográficas

Allen, R.; Lecomber, J. (1975) Some test on a generalized version of RAS, in Allen, R.; Gossling, W. [eds.]: **Estimating and projecting input-output coefficients**, (Input-Output Publishing Company. London): 43-54.

Bacharach, M. (1970) **Biproportional matrices and input-output change**. (Cambridge University Press, Cambridge).

Bachem, A.; Korte, B. (1979) On the RAS-algorithm. **Computing**, 23: 189-198.

Beutel, J. (2002) The economic impact of objective 1 interventions for the period 2000-2006. **Informe para la Dirección General de Política Regional**, Konstanz.

Cabrer, B.; Olmos, J.; Pavia, J.M.; Sala, R. (2007) Actualización de matrices origen-destino. Un análisis de alternativas a través de MonteCarlo. **Rect@ Actas,** 15 (1): 1-13.

Callealta, F.; López, A. (2005) Predicciones armonizadas del crecimiento regional: diseño de un modelo de congruencia. **Estadística Española**, 47 (159): 219-251.

EUROSTAT (2008) **Updating and projection input-output tables**. (Office for Official Publications of the European Communities, Luxemburg).

Gilchrist, D; St. Louis, L. (1999) Completing input-output tables using partial information with an application to Canadian data. **Economic Systems Research**, 11 (2): 1985-1993.

Gilchrist, D; St. Louis, L. (2004) An algorithm for the consistent inclusion of partial information in the revision of input-output tables. **Economic Systems Research**, 16 (2): 149-156.

Hitz, P.; Schmid, B. (1978) Computer Program Entrop M. **Studienworterlagen Zur Ozts. Regional und Landes Planning OR**, (LK Institut, Zurich).

Jackson, R.; Murray, A. (2004) Alternative input-output matrix updating formulations. **Economic System Research**, 16 (2): 135-148.

Lahr, M.L.; Mesnard, L. (2004) Biproportional techniques input-output analysis: table updating and structural analysis. **Economic Systems Research**, 16 (2): 115-134.

Morrison, W.; Thumann, A. (1980) Lagrangian multiplier approach to the solution of a special constrained matrix problem. **Journal of Regional Science**, 20 (3): 279-292.

Muñoz, J. (2010) Evaluación del impacto sobre la ocupación total catalana de la crisis inmobiliaria a partir de una simulación con las tablas input-output de Cataluña. **XVII Jornadas de Estadística de las Comunidades Autónomas**, Cáceres.

Pereira, X. (2006) **Elaboración e análise de modelos económicos baseados no marco input-output.** Tesis doctoral. Universidade de Santiago de Compostela.

Pereira, X.; Carrascal, A.; Fernández, M. (2011) Impacto económico do turismo receptor através de modelos origem-destino: uma aplicaçao para a Galiza, in Haddad, E.; Ramos, P.; Castro, E. [ed.]: **Modelos Operacionais Aplicados de Economia Regional**. (Principia Editora. Parede, Portugal): 101-121.

Pereira, X.; Quiñoá, J. L.; Fernández, M. (forthcoming) Getting the most out of matrix updating methods. **Working Papers IDEGA**. Santiago de Compostela.

St. Louis (1989) Empirical tests of some semi-survey update procedures applied to rectangular input-output tables. **Journal of Regional Science**, 29 (3): 373-385.

Stone, R.; Brown, A. (1962) **A computable model of economic growth**. (Chapman and Hall. London).

Szyrmer, J. (1989) Trade-off between error and information in the RAS procedure, in Miller, R.; Polenske, K.; Rose, A. [eds.]: **Frontiers of input-output analysis,** (Oxford University Press. New York): 258-278.

Tarancón, M. A. (2003) **Técnicas de análisis económico input-output**. (Editorial Club Universitario. Alicante).

Temurshoev, U.; Timmer, M. (2011) Joint estimation of supply and use tables. **Papers in Regional Science**, DOI: 10.1111/j.1435-5957.2010.00345.

Temurshoev, U.; Yamano, N.; Webb, C. (2010) Projection of supply and use tables: methods and their empirical assessment. International Input-Output Association. **Working Paper in Input-Output Economics**, 2.